

コマの「ブレード」と衝突時の運動量変化

群馬県立高崎高等学校

坂本聖 丹大和 木本蒼大 杉原健心

1 はじめに

「ベイブレード」という、1997年にタカラトミーから発売された現代版のベーゴマ玩具がある。現在競技人口は90万人を突破し、世界大会も行われており大人気の商品となっている¹⁾。

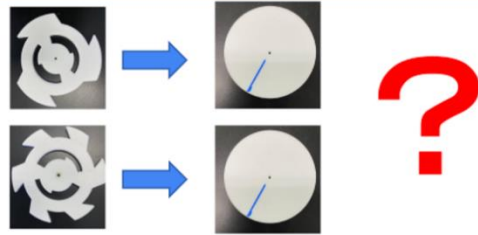
「ベイブレード」は外側にブレード（刃）を持っていることが大きな特徴の一つである。様々な形状・枚数のブレードが市販されているが、衝突時の

効果は定かではなく、先行研究も見当たらない。そこで、これらのブレードがコマどうしの衝突において運動量変化にどのような影響を与えるかについて研究を行った。

実験およびモデル計算を行ったところ、ブレードの枚数が少なくなるほど、コマを弾きやすくなる（衝突時の運動量変化が大きくなる）という結論を得たので報告する。

リサーチクエスチョン

コマの「ブレード」の枚数と衝突時の運動量変化にはどのような関係があるのか



2 実験装置の開発

(1) コマの射出装置

コマの衝突を研究するにあたり、コマの回転数を制御して、射出することが必要となる。そこで、コマの射出装置を

「Fusion360」でモデリングを行い、「Adventure4」で3Dプリントを行うことで自作した。コマの射出装置の仕組みを図1に示す。電源装置につなぎ、回転させるとコマと射出装置は、(a)の位置関係で固定される。回転を外部からの力で瞬時に停止させると位置関係は(b)のようになり、固定が外れ射出される。

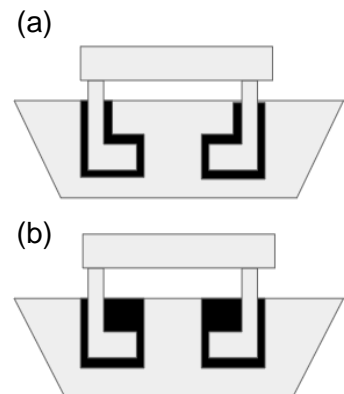


図1 コマの射出装置の仕組み

図2に実際にコマを射出装置に取り付けた様子を示す。コマは「精密ゴマ NEXT-STARLIGHT」を使用し、モーターはメーカー「CHANCES」のものをを用いた。

図3に電源装置の電圧と角速度（iPhoneのスロー撮影によって算出）との関係を示す。電圧とおおよそ直線関係にある近似曲線が得られたことから、任意の角速度でコマを射出する装置の開発に成功したと言える。



図2 射出装置をコマに取り付けた様子
 (a) 自作コマ (b) 射出装置 (c) コマ+射出装置

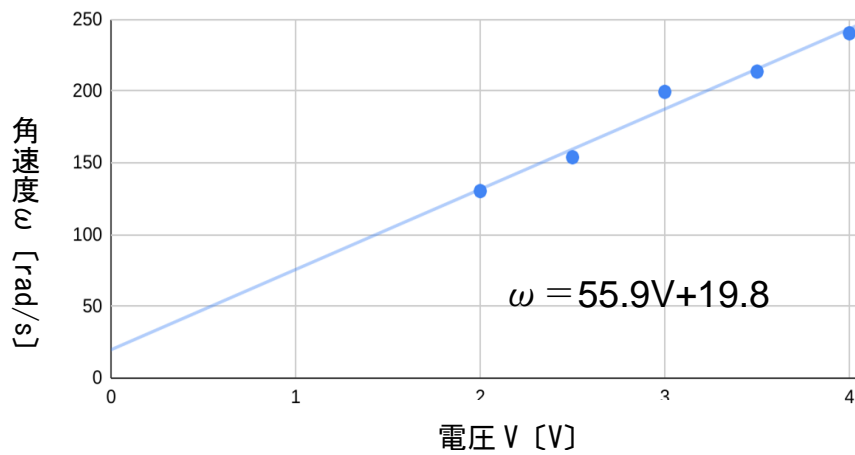


図3 電源装置の電圧と射出されたコマの角速度の関係

(2) ブレードつき円盤の開発

図4のように、モーターに装着するブレードつき円盤も、コマの射出機構と同様に3Dプリンターにより3~6枚刃について作成した。質量、慣性モーメント、刃の角度の条件を揃えるため、質量20g、外径0.042m、内径0.030mに統一し、どれもブレードが周の1/2を占めるように設計した。

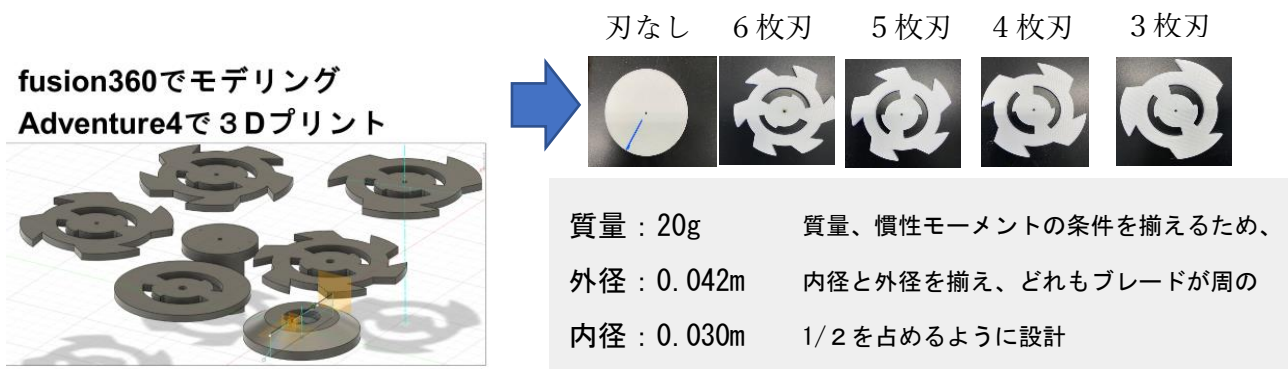


図4 ブレードつき円盤の開発

(3) 衝突装置の開発

図5のように、コマどうしの衝突では条件を揃えるのが困難なため、片方は台車にくくりつけたブレード付き円板を衝突装置とした。モーターは電源装置につなぎ一定の電圧を加えることで、600rpmで回転させた。定規で台車の車輪に添わせてレールを作り、横方向に移動しないようにした。初速はおもりをくくりつけた振り子を衝突させることで与え、0.40m/sで進むようにした。

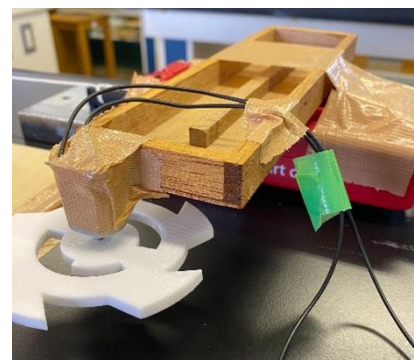


図5 衝突装置の開発

3 実験方法

図6のように、加速度センサー（積分により速度を算出可）を内蔵した台車に、ブレードを取り付けて、モーターで回転させる。台車に振り子で撃力を与え、回転したブレードなしコマと、台車に搭載した回転したブレード（ブレードなし、6、5、4、3枚刃）を衝突させる。衝突の際の台車の速度変化をそれぞれ20回ずつ測定し、平均値と標準偏差を求める。

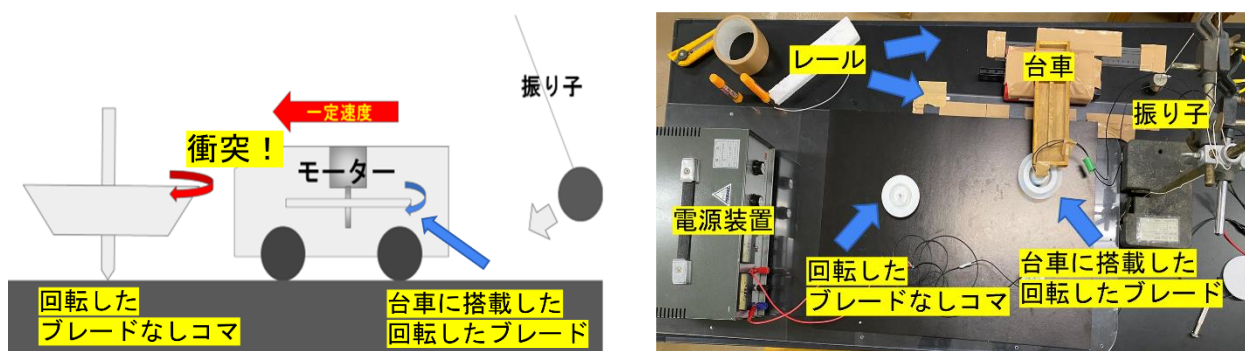


図6 実験方法

図7は、台車の速度変化を島津理化「SPARKvue」によって収集したデータの一例である。縦軸は台車の速さ〔m/s〕、横軸は時間〔s〕である。センサーは200HZで測定しているなので図の点の間隔は0.005sである。グラフの急激に下がっている部分で台車に取り付けられたブレードとコマは衝突しているため、その部分の縦軸の変化、つまり衝突時の速度変化を調べる。

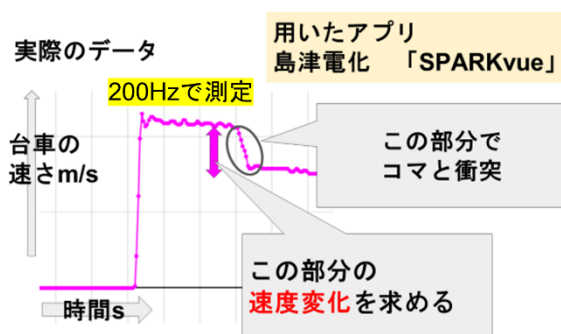


図7 台車の速度変化

複数回衝突したとみられるときは、初めて衝突したときの速度変化のみをみる。今回の実験では、図8のように質量や衝突時の条件を固定しているため、ブレードの枚数ごとに、速度変化を調べることで、運動量変化を比較することができる。

【質量】	【速度】
・ コマ : $53.0 \pm 0.1 \text{g}$	・ コマ : $(6.05 \pm 0.05) \times 10^2 \text{rpm}$
・ 台車 : $313.2 \pm 0.1 \text{g}$	・ モーター : $(6.05 \pm 0.05) \times 10^2 \text{rpm}$
・ おもり : $50.0 \pm 0.1 \text{g}$	・ 台車の初速度 : $0.40 \pm 0.05 \text{m/s}$

図8 固定したパラメータ

4 実験結果

図9にブレードの枚数ごとの速度変化のヒストグラムを、図10にブレードの枚数と速度変化の平均値および標準偏差の比較を示す。ブレード枚数が少なくなると速度変化の平均値と標準偏差は大きくなる傾向があることがわかる。

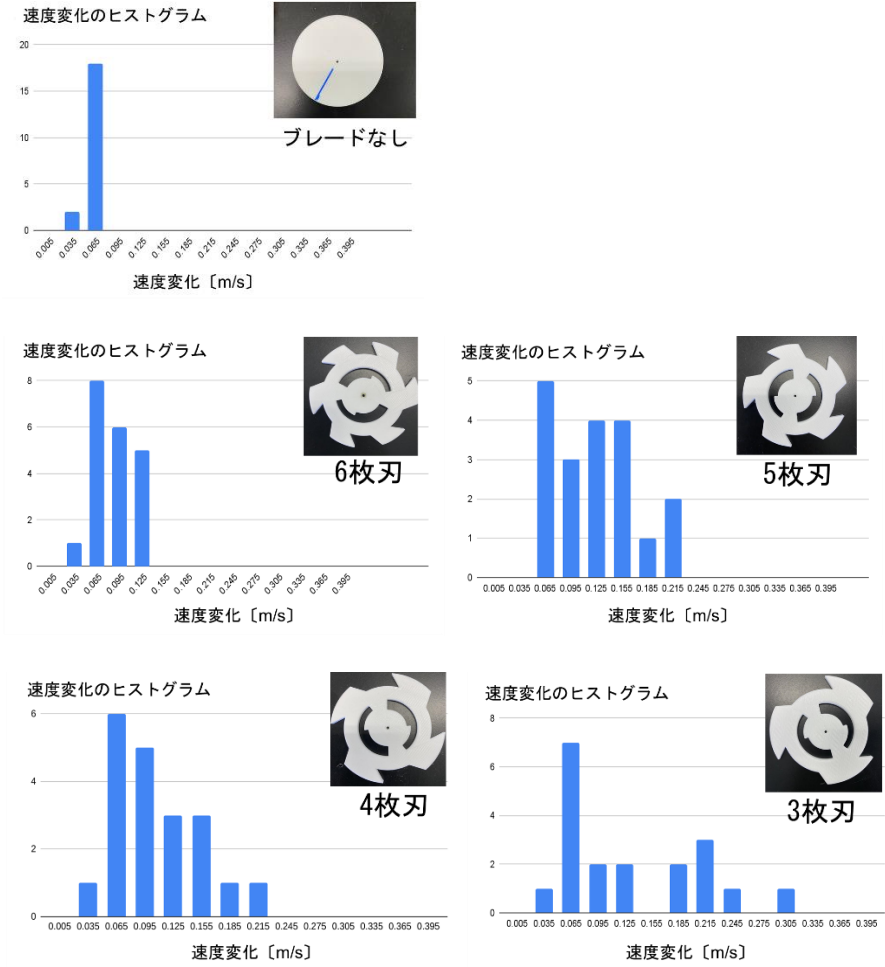
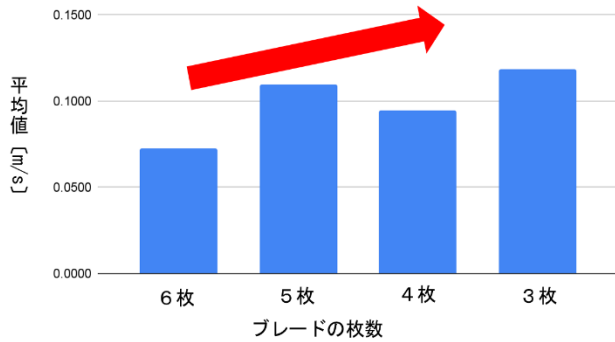


図9 ブレードの枚数ごとの速度変化のヒストグラム

ブレードの枚数と速度変化の**平均値**



ブレードの枚数と速度変化の**標準偏差**

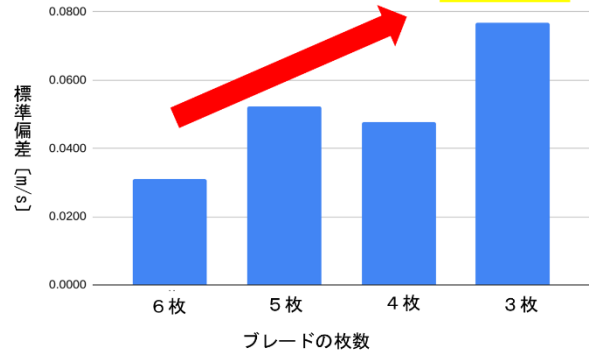


図10 ブレードの枚数ごとの速度変化の平均値および標準偏差の比

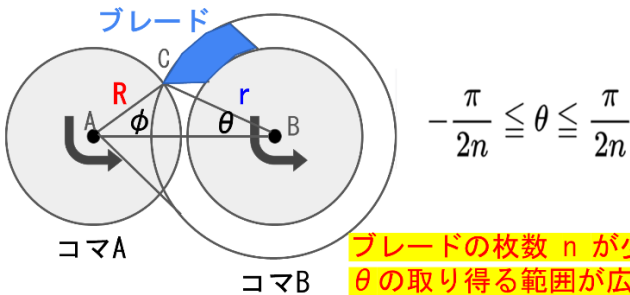
5 モデル計算

実験結果の妥当性を検証するために、モデル計算を行った。

まず、図11のように変数の設定を行った。ブレードの間に衝突するとき（パターン1）では、角 $CBA = \theta$ は、図に示す可能な範囲で一様な確率分布をとると仮定した。また、この設定では、ブレードの枚数 n が少ないほど、 θ の取りうる範囲が広がる。円弧に衝突するとき（パターン2）では、 $\theta = 0$ となると考えた。

パターン1：ブレードの間に衝突するとき

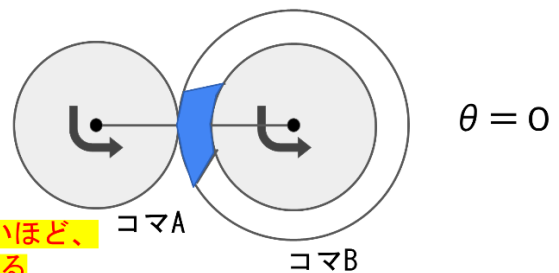
・下図で定義した θ が、下の範囲で一様な確率分布をとる。



ブレードの枚数 n が少ないほど、 θ の取り得る範囲が広がる

パターン2：ブレードの円弧に衝突するとき

・左図で定義した θ は、 $\theta = 0$ と考えられる。



<パラメータ>

【二つの半径】コマA：R コマB：r

【質量】コマA：m コマB：M

【角度】角 $CAB = \phi$ 角 $CBA = \theta$

【衝突前】

コマBの並進速度： v_0

コマBの初期角速度： ω_0

【衝突後】

コマBの並進速度： v_1

コマBの角速度： ω_1

コマAの並進速度： V_1

図11 モデル計算の変数の設定

次に、3つの未知数である衝突後のコマ B の並進速度 v_1 、コマ B の初期角速度 ω_1 、コマ A の並進速度 V_1 を求めるため、図 1 2 のように①運動量保存則、②反発係数、③角運動量保存則²⁾ の式をそれぞれ立式し、コマ B すなわち台車の速度変化 Δv を立式①～③から求めた。

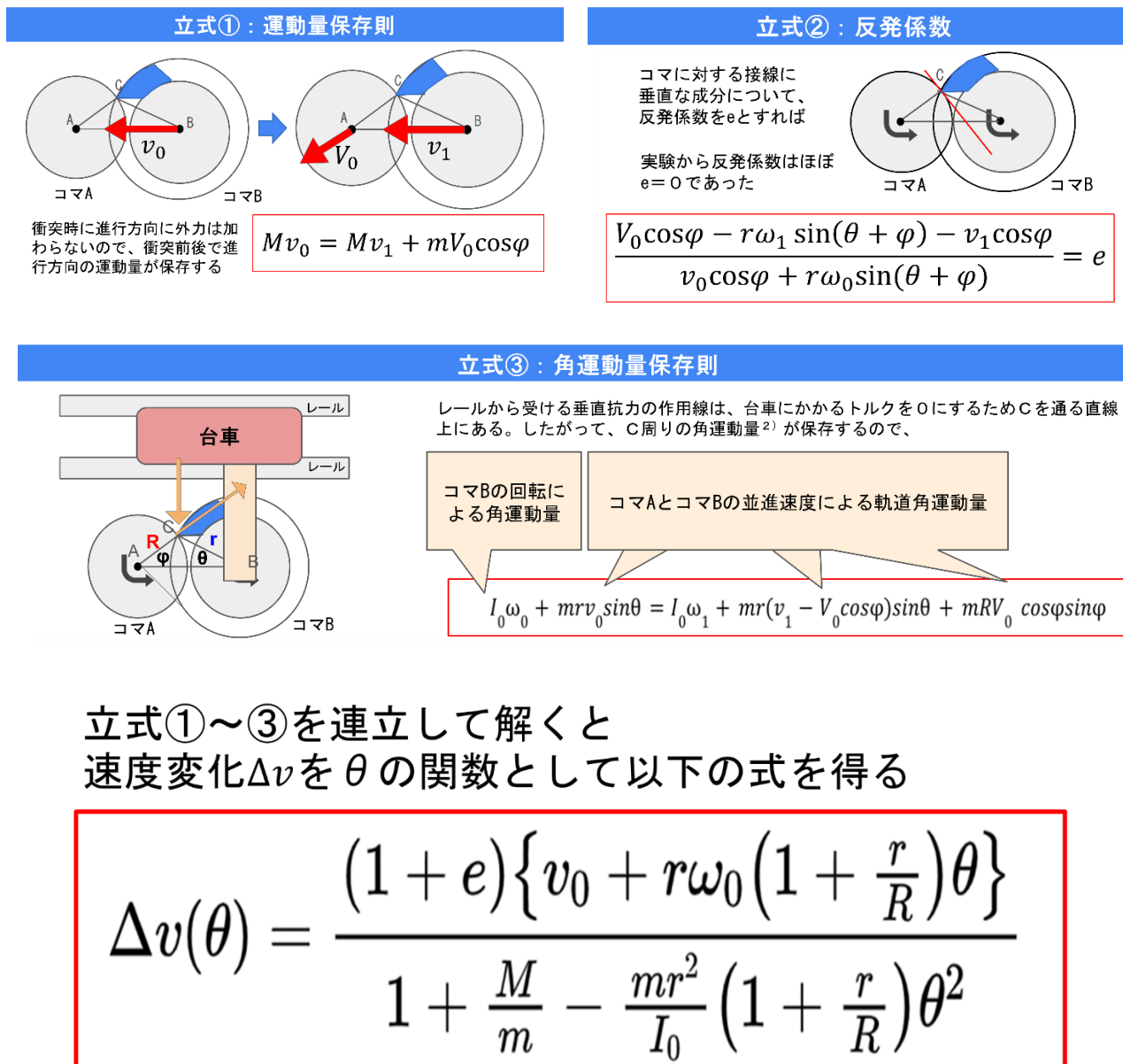


図 1 2 モデル計算による台車の速度変化の理論式

6 考察

図13に台車の速度変化 Δv の理論式をグラフで示す。グラフは横軸が θ 、縦軸が速度変化 Δv を表している。図の3~6は、3~6枚刃における θ の取りうる最大値を示している。グラフによると θ が大きくなるほど、速度変化も大きくなっていることがわかる。また、ブレードの枚数が少ないほど、 θ は大きい値を取りうるようになり、平均値も増加するので、実験結果と一致していることがわかる。この結果はモデル計算に基づいて考えると、ブレードの枚数が少ないほど、衝突の際により内側（ θ が大きい値をとれる）に入ることができ、より多くの回転エネルギーを並進運動エネルギーに変えることができると考えられる。

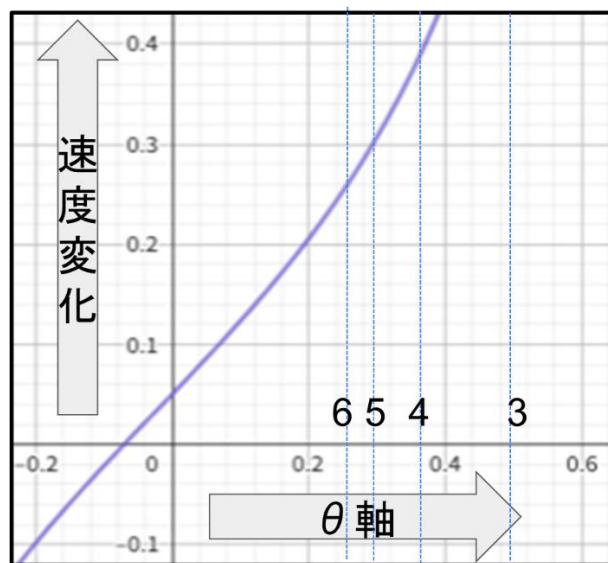


図13 台車の速度変化 Δv の理論式のグラフ

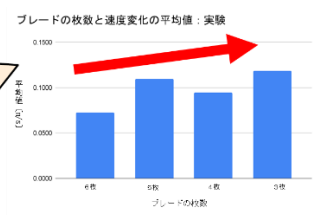
次に θ を確率変数として、ブレードの枚数ごとに期待値（平均値）を計算した。ここで、 θ が負の場合については、速度変化が負になっており、このままでは正しい値を得ることができない。そこで、図14のように2つの理論を考え、どちらの理論の方が、実験結果とずれが少ないかの検証を行った。この結果、 $\theta < 0$ の部分がすべて $\theta = 0$ に変換されるとして計算した理論2の方が、実験結果とのずれが小さいことが分かった。また、パラメータに実際の数値を代入して計算した値も実験データと定量的にほぼ一致することが分かった。

θ を確率変数として、ブレードの枚数ごとに期待値（平均値）を計算する

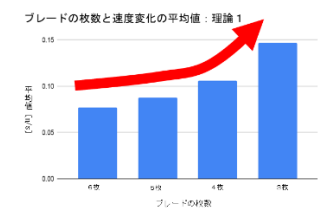
理論 1

$$\frac{n}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2n}}^{\frac{\pi}{2n}} |\Delta v(\theta)| d\theta + \frac{1}{2} \Delta v(0)$$

実験で得られたデータ



・ $\theta < 0$ の部分がすべて $|\Delta v|$ に変換されるとして計算する



理論 2

$$\frac{3}{4} \Delta v(0) + \frac{n}{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2n}} \Delta v(\theta) d\theta$$

・ $\theta < 0$ の部分がすべて $\theta = 0$ に変換されるとして計算する

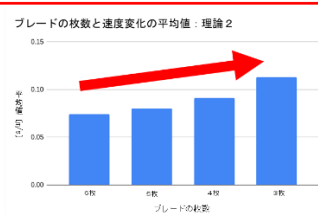
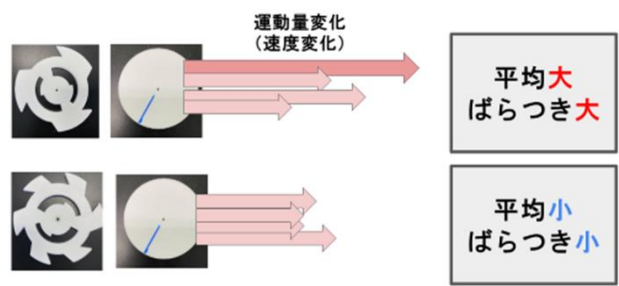


図 1 3 モデル計算による速度変化の平均値
(理論 2 の方が、実験データの傾向に近く、定量的にもほぼ一致している。)

7 結論

実験およびモデル計算の両方からブレード枚数が少ないほど、衝突時の運動量変化（速度変化）の平均とばらつきが大きくなるという結果を得た。これはベイブレードとして考えると、ブレードの枚数が少なくなるほど、コマを弾きやすくなるといえる。この原因は、モデル計算



に基づいて考えると、ブレードの枚数が少ないほど、衝突の際により内側（ θ が大きい値をとれる）に入ることができ、より多くの回転エネルギーを並進運動エネルギーに変えることができるためと考えられる。今後の展望としては、実験データをより多く収集、理論モデルの更なる検証を行い、必要に応じて改良したり、角運動量に関するデータも収集し、モデル計算を行ったりすることが考えられる。

9 謝辞

指導教員の本校教諭である岡田 直之先生には研究における助言や数多くの発表機会の提供をしていただきました。深く感謝致します。

参考文献等

1) <https://hobby.watch.impress.co.jp/docs/special/1501269.html>

「大人と子供が競い合えるスポーツに！ (HOBBY Watch)」2024年4月閲覧

2) 山崎 勝義「歳差運動の物理学 (第18版)」漁火書店 (2024)